Name	Klasse	Datum		Seite / Blatt
KDisk. m. Param.	Aufg. 2		1/2	

Aufgabe 2

$(a-x) = -(x-a)$

1.1. $f_a(x) = \frac{1}{4}(a-x)(x^2+4x+4) = -\frac{1}{4}(x-a)\underbrace{(x+2)^2}_{\geq 0}$

$x_1 = a$ 1-f ; $x_2 = -2$ do.

$-\frac{1}{4}(x-a) \geq 0 \Leftrightarrow x-a \leq 0 \Leftrightarrow x \leq a$; $f_a(x) \geq 0$ für $x \leq a$

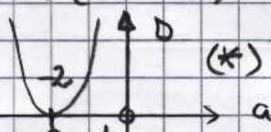
1.2 $f_a(x) = -\frac{1}{4}(x^3+4x^2+4x-ax^2-4ax+4a) = ..$

$f_a'(x) = 0$; "..Anzahl.." $\Rightarrow$ VZ v. D untersuchen

$D = (8-2a)^2 - 4\cdot 3(-4a+4) = 64-32a+4a^2+48a-48$

$D = 4a^2+16a+16 = 4(a^2+4a+4) = 4(a+2)^2$

1. Fall $a=-2 \Rightarrow D=0$



$f_a'(x)$ hat do NST o. VZW | VZ D + 0 +

$f_{-2}(x)$ hat TEP und damit kein Extremum

2. Fall : $a \neq -2 \Rightarrow D > 0$

$f_a'(x)$ hat 2 einf. NST m. VZW und damit 2 Extrema

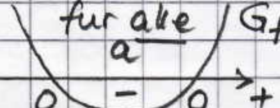
(3. Fall $D<0$ ↯ ; siehe (*))

Zusatz : Lage der Extremalstellen :

$x_{1/2} = \frac{1}{2\cdot 3}(2a-8 \pm 2(a+2))$

$x_1 = \frac{1}{6}(2a-8+2a+4) = \frac{2}{3}a - \frac{2}{3}$

$x_2 = \frac{1}{6}(2a-8-2a-4) = -2$ ← do. NST von 1.1



VZ f' + 0 − 0 +

f HOP TIP

Eine NST fest, die andere Variabel ⇒ F.U.

1. Fall : $x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{2}{3}a - \frac{2}{3} < -2$

$\Leftrightarrow a < -2$

VZ f' + 0 − 0 +

$x_{HOP} = x_1 = \frac{2}{3}a - \frac{2}{3}$; $x_{TIP} = 0$

2. Fall : $x_{HOP} = 0$; $x_{TIP} = \frac{2}{3}a - \frac{2}{3}$

1.3 $f_a'(0) = -\frac{1}{8}(-4a+4)$

$f_a'(0) \overset{!}{=} 1{,}5 \iff -\frac{1}{8}(-4a+4) = 1{,}5 \iff \underline{a = 4}$

Zusatz: allg. Tangentengl. für $x_0 = 0$

$f_a(0) = \frac{a}{2} \;(= t)$

$f_a'(0) = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2} = m$ $\Big\}$ $t_a(x) = \frac{1}{2}(a-1)x + \frac{a}{2}$

Mit GeoGebra:

Sieht aus wie ein Geradenbüschel durch $B(-1/\frac{1}{2})$

$t_a(x) = \left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}\right)x + \frac{1}{2}a = \left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}\right)x + \frac{1}{2}a \underbrace{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}_{=0}$

$= \left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}\right)x + \left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}\right)\cdot 1 + \frac{1}{2}$

$= \left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}\right)(x+1) + 1/2$

$\hat{=}\; m\,(x+1) + \frac{1}{2}$ mit Büschelpkt $B(-1/\frac{1}{2})$

Alternativ: Schneide Gerade mit festem a mit allg. Gerade:

z.B. $a = 0$ und $t_0(x) = -\frac{1}{2}x$ ← Sonderfall: Geraden identisch, ∞ viele SP.

$-\frac{1}{2}x = \frac{1}{2}(a-1)x + \frac{a}{2} \quad |\cdot 2$

$-\cancel{x} = ax - \cancel{x} + a \iff ax = -a \quad |: a \neq 0$

$\underline{x = -1 \text{ unabh. vom Parameter}}$ ⇒ fester Pkt ⇒ $\underline{\text{Büschelpkt}}$

$y_B = t_0(-1) = \frac{1}{2}$ $\quad B(-1|\frac{1}{2})$

2.1 $x_1 = -2$ do ; $x_2 = 4$ einf.

2.2 $f_4'(x) = -\frac{1}{8}(3x^2 - 12) = -\frac{3}{8}(x^2-4) = -\frac{3}{8}(x+2)(x-2)$

$x_1 = -2$ 1-f m. VZW $\qquad x_2 = 2$ 1-f m. VZW

		-2		2		x
VZ f'	−	0	+	0	−	$G_{f'}$
f	smf	TIP	sms	HOP	smf	

$f(-2) = 0 \Rightarrow \underline{TIP(-2|0)}$ (= NST von 1.1)

$f(2) = 4 \Rightarrow \underline{HOP(2|4)}$